Билет №20

1. **РВГ (дорезонансный режим)** Стр. 131-134

Двухстепенной роторный вибрационный гироскоп (РВГ) — один их первых вибрационных гироскопов, нашедших промышленное применение (рис. 73). Основные элементы РВГ: ротор *1*, торсионы *2*, датчики угла *5* и *8*, вал *6*, двигатель *7*, датчики момента *3* и *4*. РВГ может работать в двух режимах: 1) дорезонансном при $\omega_0 \ll \dot{\varphi}_0$, где ω_0 — собственная частота незатухающих колебаний ротора; $\dot{\varphi}_0$ — угловая скорость (час-

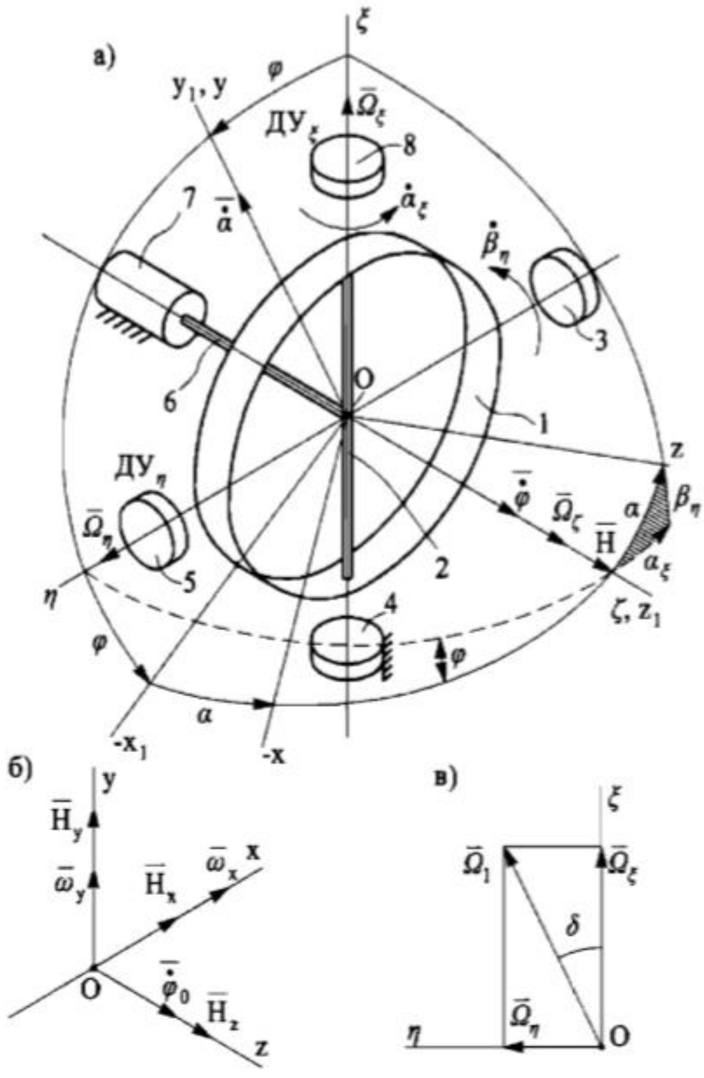

Рис. 73. Схема РВГ

тота вращения) ротора; 2) резонансном при $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$, измеряя составляющие угловой скорости объекта Ω_ξ и Ω_η. При первом режиме постоянные составляющие сигнала с ДУ$_\eta$ и ДУ$_\xi$ пропорциональны Ω_ξ и Ω_η, при втором постоянные составляющие сигнала с ДУ$_\eta$ и ДУ$_\xi$ пропорциональны Ω_η и Ω_ξ.

Принцип измерения угловой скорости заключается в том, что гироскопический момент уравновешивается упругим моментом торсионов (за целый оборот ротора), к которому добавляется центробежный момент инерции ротора. Составим уравнение движения РВГ, руководствуясь правилом гироскопического момента (с методической целью). Выберем СК: $O\xi\eta\zeta$ связана с корпусом прибора (объектом), Ox_1y_1z — с валом, $Oxyz$ — с ротором (рис. 73, *а*).

Примем основные допущения: $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = \mathrm{const}$; угол α — мал; $H_z = C\dot{\varphi}_0$ — кинетический момент гироскопа; C — осевой момент инерции ротора. Составим уравнение движения ротора вокруг оси торсионов Oy, учитывая момент инерции $B\dot{\omega}_y$ ротора (B — момент инерции ротора относительно Oy), гироскопический момент $H_z\omega_x - H_x\omega_z$ (рис. 73, *б*), внешний момент $M_y = -K\alpha - D\dot{\alpha} + M_{\text{упр}}$ (K — угловая жесткость торсионов; D — удельный демпфирующий момент). Момент M_y содержит вредные моменты $M^{\text{вр}}$ и управляющие моменты $M_{\text{упр}}$ при наличии обратной связи (в этом случае РВГ должен иметь датчики момента по осям $O\xi$ и $O\eta$). Суммируем моменты:

$$-B\dot{\omega}_y + H_z\omega_x - H_x\omega_z - K\alpha - D\dot{\alpha} + M_y = 0, \tag{88}$$

где $\omega_y = \dot{\alpha} + \Omega_\xi \cos\varphi + \Omega_\eta \sin\varphi$;

$$\dot{\omega}_y = \ddot{\alpha} - \dot{\varphi}(\Omega_\xi \sin\varphi - \Omega_\eta \cos\varphi) + \dot{\Omega}_\xi \cos\varphi + \dot{\Omega}_\eta \sin\varphi;$$
$$\omega_x \approx \Omega_\xi \sin\varphi - \Omega_\eta \cos\varphi - \dot{\varphi}_0\alpha;$$

$H_x = A\omega_x$ (A — момент инерции ротора относительно оси Ox).

Раскроем уравнение (88) при $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$, $M_y = M_y^{\text{вр}}$:

$$B\ddot{\alpha} + D\dot{\alpha} + [K + (C - A)\dot{\varphi}_0^2]\alpha = (C + B - A)\dot{\varphi}_0(\Omega_\xi \sin\varphi -$$
$$- \Omega_\eta \cos\varphi) - B\big(\dot{\Omega}_\xi \cos\varphi + \dot{\Omega}_\eta \sin\varphi\big) + M_y^{\text{вр}}. \tag{89}$$

В уравнение (89) входят квазиупругий момент $(C - A)\dot{\varphi}_0^2\alpha$, обусловленный центробежным моментом инерции ротора, суммарная угловая жесткость $K_\alpha = K + (C - A)\,\dot\varphi_0^2$ и кинетический момент гироскопа $H = (C + B - A)\dot\varphi_0$.

При $M_y^{\text{вр}} = 0$, $\Omega_\xi = \text{const}$, $\Omega_\eta = \text{const}$ уравнение (89) имеет вид

$$B\ddot\alpha + D\dot\alpha + K_\alpha\alpha = H\big(\Omega_\xi \sin\varphi - \Omega_\eta \cos\varphi\big). \tag{90}$$

Статическое решение уравнения (соответствует дорезонансному решению):

$$\alpha^* = \frac{H}{K_\alpha}\left(\Omega_\xi \sin\varphi - \Omega_\eta \cos\varphi\right), \tag{91}$$

т. е. РВГ измеряет проекции угловой скорости объекта по двум осям — $O\xi$ и $O\eta$ (двухкомпонентный ДУС).

α_ξ, β_η в СК $O\xi\eta\zeta$; зависимости $\alpha_\xi(\alpha)$, $\beta_\eta(\alpha)$ находим из сферического треугольника на рис. 73, *а*: $\alpha_\xi = \alpha\cos\varphi$; $\beta_\eta = \alpha\sin\varphi$. Тогда $\alpha_\xi = -\frac{H}{2K_\alpha}(\Omega_\eta + \Omega_\eta \cos 2\dot\varphi_0 t - \Omega_\xi \sin 2\dot\varphi_0 t)$.

Постоянная составляющая сигнала ДУ$_\xi$ $U_{\text{вых}\xi} = -h\Omega_\eta$, где $h = \frac{K_{\text{ДУ}}H}{2K_\alpha}$ — чувствительность РВГ.

Аналогично

$$\beta_\eta = \frac{H}{2K_\alpha}\big(\Omega_\xi - \Omega_\xi \cos 2\dot\varphi_0 t - \Omega_\eta \sin 2\dot\varphi_0 t\big).$$

Постоянная составляющая сигнала ДУ$_\eta$ $U_{\text{вых}\eta} = h\Omega_\xi$.

Ротор совершает колебания с частотой $2\dot\varphi_0$ около положения равновесия, определяемого угловыми скоростями Ω_ξ и Ω_η; это характерно для виброгироскопов.

Преобразуем уравнение (90) к стандартному виду:

$$\ddot\alpha + 2\xi\omega_0\dot\alpha + \omega_0^2\alpha = \frac{H}{B}\Omega_1 \sin(\dot\varphi_0 t - \delta). \tag{92}$$

Здесь $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_\alpha}{B}}$ — собственная частота РВГ; $\xi = \frac{D}{2\omega_0 B}$ — отно-

сительная степень затухания; $\Omega_1 = \sqrt{\Omega_\xi^2 + \Omega_\eta^2}$, где $\Omega_\xi = \Omega_1\cos\delta$; $\Omega_\eta = \Omega_1 \sin\delta$; при этом $\operatorname{tg}\delta = \frac{\Omega_\eta}{\Omega_\xi}$ (см. рис. 73, *б*).

Общее решение уравнения (92)

$$\alpha = \lambda\frac{H}{B\omega_0^2}\Omega_1 \sin(\dot\varphi_0 t - \delta - \chi), \tag{93}$$

где λ — коэффициент динамичности; χ — сдвиг по фазе.

Для дорезонансного режима при $\dot\varphi_0 \ll \omega_0$ $\lambda \approx 1$, $\chi \approx 0$ и решение (93) совпадает с выражением (91).

2. **Добротность гироскопа (для ВТГ он давал очень кратко), можно сказать про добротность ЛГ**

Для ВТГ (совсем немного)

Разные коэффициенты демпфирования d_{I} и d_{II} приводят к различию потерь энергии в направлении осей I—I и II—II, т. е. к «разнодобротности» резонатора, являющейся также причиной погрешности ВТГ. Для прецизионных ВТГ достигнута добротность кварцевого резонатора $(1 \dots 2) \cdot 10^7$. Напыление электродов систем возбуждения и съема информации существенно снижает добротность.

Для лазерного гироскопа:

Важной характеристикой ЛДУС является коэффициент добротности, который учитывает отношение энергии N, поступающей в резонатор, к потерям энергии $N_п$ (за счет отражения, дифракции и т. д.):

$$Q = \omega_0 \frac{N}{N_п} = 2\pi f_0 \frac{N}{N_п}, \qquad (113)$$

где $f_0 = f_{01} = f_{02}$ — частота встречных бегущих волн генерации (лучи *1* и *2*) при $\Omega_\zeta = 0$.

За время t_0 обхода лучом оптического контура L потери энергии

$$N_п = \frac{\eta N}{t_0} = \frac{\eta N c}{L},$$

где η — коэффициент потерь энергии.

Подставив $N_п$ в формулу (113), получим

$$Q = 2\pi \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{NL}{\eta N c} = 2\pi \frac{L}{\lambda \eta} = 2\pi \frac{m}{\eta},$$

где $\lambda = 0{,}633$ мкм — длина волны неона.

Коэффициент η мал, поэтому добротность ЛДУС достаточно высокая ($Q \approx 10^9$) по сравнению с ВОГ, что обеспечивает высокую чувствительность ЛДУС.